

# **REGUŁOWO-MODELOWE SKORUPOWE SYSTEMY EKSPERTOWE**

**Część 4: Systemy elementarne niepewne**

**Antoni Niederliński  
Uniwersytet Ekonomiczny  
w Katowicach**

**[antoni.niederlinski@ue.katowice.pl](mailto:antoni.niederlinski@ue.katowice.pl)**

# Koniec pewnego rozdziału...

Wszystkie systemy ekspertowe dotychczas omawiane korzystały z logiki klasycznej dwuwartościowej, arystotelesowskiej:

wnioskowanie operowało tylko dwoma stałymi logicznymi: “prawda” i “nieprawda”

**Dla szeregu zastosowań wnioskowanie takie okazuje się mało przydatne.**

# Potrzeba wnioskowania niepewnego (a)

- dla szeregu zastosowań systemów ekspertowych nie dysponujemy pełną wiedzą potrzebną dla podejmowania decyzji
- nie istnieją mechanizmy informujące nas o brakach w naszej wiedzy
- dla szeregu ważnych dziedzin zastosowań systemów ekspertowych jak medycyna i finanse, zdania ekspertów są częstokroć różne;

# Potrzeba wnioskowania niepewnego (b)

- wnioskowanie dedukcyjne jest bezbłędne tylko w dziedzinie matematyki:
  - abstrakcje matematyczne są definiowane całkowicie i bez reszty,
  - abstrakcje fizyczne są definiowane tylko częściowo, obiekty przez nie definiowane mają nieskończenie wiele cech.

## **Potrzeba wnioskowania niepewnego (b)**

- jeżeli reguły stosowane przez ekspertów nie są całkowicie pewne i jeżeli eksperci różnią się w ocenie tego, czy coś jest czy nie jest faktem, wyprowadzane przez nich wnioski oczywiście nie mogą być całkowicie pewne;
- ponieważ jednak w oparciu o te wnioski trzeba częstokroć podejmować trudne i odpowiedzialne decyzje, dobrze jest umieć oszacować stopień pewności owych wniosków;

## **Potrzeba wnioskowania niepewnego (d)**

- dlatego zasadnym jest postulat, by niepewność ekspertów znalazła odzwierciedlenie w systemach ekspertowych korzystających z wiedzy owych ekspertów.

**Niepewny charakter reguł, modeli i faktów może być właściwym i użytecznym odbiciem skomplikowanej rzeczywistości**

# Potrzeba wnioskowania niepewnego (e)

- dla szeregu zastosowań systemów ekspertowych podejmowanie poprawnych decyzji wymaga rezygnacji z logiki arystotelowskiej i zastąpienia jej logiką niepewną

# Pochwała wnioskowania niepewnego (1)

Co się tyczy opracowania naszego przedmiotu, to wystarczy może, jeżeli ono osiągnie stopień jasności, na który ów przedmiot pozwala.

Nie we wszystkich bowiem wywodach należy szukać tego samego stopnia ścisłości.

Arystoteles, „Etyka nikomachejska”



## **Pochwała wnioskowania niepewnego (2)**

**Lepiej jest mieć rację w sposób nieprecyzyjny niż być precyzyjnym w błędzie**

**Thomas Mayer, „Prawda kontra precyzja w ekonomii”,  
PWN, Warszawa, 1996**

# Pochwała wnioskowania niepewnego (3)

Nie bądź niczego w stu procentach pewien.

Bertrand Russell, „Dekalog liberała” w „Szkicach  
niepopularnych”,  
Książka i Wiedza, Warszawa, 1995

# Zalety wnioskowania niepewnego

- **Paradoks:**

**aby nasze decyzje były bardziej poprawne,  
należy wnioskować w sposób niepewny**

# Istota wnioskowania niepewnego w systemach RMSE (1)

Wnioski i warunki nie przyjmują wartości ze zbioru stałych logicznych:

**"prawda" i "nieprawda",**

lecz wartości ze zbioru współczynników pewności  
**CF (Certainty Factor):**

$$-1 \leq CF \leq 1$$

# Istota wnioskowania niepewnego w systemach RMSE (2)

**Reguły i modele relacyjne nie są po prostu prawdziwe, lecz mają różne stopnie pewności określone przez współczynniki pewności**

**CF (Certainty Factor):**

$$\mathbf{-1 \leq CF \leq 1}$$

# Budowa bazy wiedzy niepewnej

- Baza reguł elementarna niepewna
  - Baza modeli elementarna niepewna
  - Baza ograniczeń elementarna dokładna
  - Baza ograniczeń elementarna niepewna
- Baza rad elementarna niepewna

# Podstawowe typy zmiennych łańcuchowych w systemach ekspertowych niepewnych

**zmienne łańcuchowe typu:**

- **niepewnego**
- **rzeczywistego**
- **całkowitego**

# Podstawowe typy zmiennych łańcuchowych w systemach ekspertowych niepewnych

niepewne zmienne łańcuchowe :

"Nazwa" jest niepewną zmienną łańcuchową, jeżeli Nazwa może mieć przyporządkowaną jej wartość współczynnika pewności CF z przedziału  $[-1, 1]$ :

$$-1 \leq CF(\text{Nazwa}) \leq 1$$



# Niepewne zmienne łańcuchowe

Niepewne zmienne łańcuchowe są  
**nieukonkretnione**,  
jeżeli nie przyporządkowano im wartości  
współczynnika pewności.

W przeciwnym przypadku są  
**ukonkretnione**.

# BAZA REGUŁ ELEMENTARNA NIEPEWNA

Klauzule elementarnej niepewnej bazy reguł:

```
reguła(Numer_reguły, "Wniosek",  
       Lista_warunków, Semafor_wyświetlania,  
       "CF_reguły")
```

```
fakt("Warunek_dopytywalny",  
     "CF_Warunku")
```

**"Wniosek" :**

**Niepewna zmienna łańcuchowa , której  
inkludem jest nazwa wniosku.**

**Np. "dobre zabezpieczenie"**

**Lista\_warunków:**

["Warunek\_1",...,  
"Warunek\_i",..., "Warunek\_n"]

**"Warunek\_i" :**

niepewna zmienna łańcuchowa

# Semafor\_wyświetlania

= 0 informacja o stosowaniu reguły nie jest wyświetlana w trakcie wnioskowania

= 1 informacja o stosowaniu reguły jest wyświetlana w trakcie wnioskowania

"CF\_reguły"

Współczynnik pewności reguły,  
niepewna ukonkretniona zmienna  
łańcuchowa

"CF\_reguły"

CF\_reguły - współczynnik pewności reguły,  
subiektywna miara pewności reguły.

Współczynnik pewności reguły – zawsze  
ukonkretniany na etapie tworzenia bazy  
reguł

# Status warunków/wniosków

- Warunek/Wniosek jest niepewnie prawdziwy, jeżeli:

$$CF(\text{Warunek/Wniosek}) > 0$$

- Warunek/Wniosek jest niepewnie nieprawdziwy, jeżeli:

$$CF(\text{Warunek/Wniosek}) < 0$$

- Warunek/Wniosek jest nieokreślony, jeżeli:

$$CF(\text{Warunek/Wniosek}) = 0$$



# Klasyfikacja baz wiedzy niepewnych

- Baza wiedzy elementarna niepewna
- Baza wiedzy rozwinięta niepewna

# Baza wiedzy elementarna niepewna

Zanegowane wnioski nie mogą być warunkami.

Innymi słowy:

baza wiedzy nie ma zanegowanych  
warunków niedopytywalnych

W szczególności:

# Baza wiedzy elementarna niepewna

- Wniosek żadnej reguły nie występuje w postaci zanegowanej w liście warunków innej reguły, oraz
- Wniosek żadnej reguły nie występuje w postaci zanegowanej jako warunek startowy dowolnego modelu, oraz
- Wniosek żadnego modelu relacyjnego nie występuje w postaci zanegowanej w liście warunków dowolnej reguły

# Warunki dopytywalne

Każdemu warunkowi dopytywalnemu użytkownik przyporządkowuje współczynnik pewności warunku CF (Certainty Factor), będący liczbą z przedziału  $[-1, 1]$ :

`warunek_dopytywalny(CF)`

# Warunki dopytywalne

przy czym:

$CF=1 \Rightarrow$  warunek dopytywalny jest prawdą

$CF=-1 \Rightarrow$  warunek dopytywalny jest nieprawdą

$CF=0 \Rightarrow$  warunek dopytywalny jest nieokreślony

$CF=0.5 \Rightarrow$  warunek dopytywalny jest być może prawdą

$CF=-0.5 \Rightarrow$  warunek dopytywalny jest być może nieprawdą

# **Dodatnie i ujemne współczynniki pewności**

**Stosowanie dodatnich i ujemnych współczynników pewności umożliwia modelowanie dwóch przeciwstawnych sytuacji:**

- dodatnie współczynniki pewności stosujemy dla wspierania wniosku, tzn. dla zwiększania współczynnika pewności wniosku**
- ujemne współczynniki pewności stosujemy dla osłabiania wniosku, tzn. dla zmniejszania współczynnika pewności wniosku**

# Ocena umiejętności studenta za pomocą współczynników pewności

## Ocena arystotelesowska:

- Bardzo dobrze, Dobrze, Dostatecznie, Niedostatecznie

## Ocena niepewna:

- Bardzo dobrze(CF), Dobrze(CF), Dostatecznie(CF), Niedostatecznie(CF)

# CF a pewność i niepewność



**Wzrost pewności – malenie niepewności**



**Wzrost niepewności – malenie pewności**



# Współczynnik pewności listy warunków

Współczynnik pewności listy warunków jest najmniejszym z pośród współczynników pewności warunków tej listy:

reguła(Nr, "Wniosek", ["War1", "War2", "War3"], \_, CF\_reguła)

$$\left. \begin{array}{l} \text{War1(CF1)} \\ \text{War2(CF2)} \\ \text{War3(CF3)} \end{array} \right\} \text{CF}["\text{War1}", "\text{War2}", "\text{War3}"] = \text{Min}(\text{CF1}, \text{CF2}, \text{CF3})$$

(zasada łańcucha)

# Reguły o jednakowym wniosku

Jeżeli większa liczba reguł ma taki sam wniosek, to reguły te muszą być albo:

-regułami kumulatywnymi, tzn. regułami których listy warunków są niezależne

albo

-regułami dysjunktywnymi, tzn. regułami których listy warunków są zależne

Reguły o pojedynczym wniosku uważa się za reguły kumulatywne.

# Reguły o jednakowym wniosku

Podstawowe właściwości:

- 1. Reguły kumulatywne: wszystkie reguły wpływają na CF wspólnego wniosku .**
- 2. Reguły dysjunktywne: tylko jedna reguła określa CF wspólnego wniosku.**

# **Reguły kumulatywne mają niezależne listy warunków**

**Listy warunków są niezależne, jeżeli dowolna wartość CF dla dowolnego warunku dowolnej z tych list nie determinuje wartości CF żadnego warunku drugiej listy warunków.**

# Przykład reguł kumulatywnych

reguła(20,"Zaproponują mi awans do centrali",  
["Odpowiedni współczynnik  
inteligencji"],\_,\_"0.3")

reguła(21,"Zaproponują mi awans do centrali",  
["Odpowiednia znajomość  
angielskiego"],\_,\_"0.2")

Niezależność warunków:

CF(Odpowiedni współczynnik inteligencji)

nie ma żadnego wpływu na:

CF(Odpowiednia znajomość angielskiego),

i *vice versa*.

# Reguły dysjunktywne mają zależne listy warunków

Listy warunków są zależne, jeżeli istnieją takie wartości CF dla wszystkich warunków dowolnej z tych list, które determinują wartości CF wszystkich warunków drugiej listy warunków.

# Przykład reguł dysjunktywnych

reguła(1,"Efekty finansowe",["Bardzo duży zysk"],1,"0.5")

reguła(2,"Efekty finansowe",["Duży zysk"],1,"0.4")

reguła(3,"Efekty finansowe",["Mały zysk"],1,"0.2")

reguła(4,"Efekty finansowe",["Straty"],1,"-0.8")

Zależność warunków:

jeżeli

$$CF(\text{Bardzo duży zysk}) > 0$$

to:

$$CF(\text{Duży zysk}) < 0$$

$$CF(\text{Mały zysk}) < 0$$

$$CF(\text{Straty}) < 0$$

# Inny przykład reguł dysjunktywnych

Np. dla:

reguła(i, "Udziel kredyt", ["Bardzo dobre zabezpieczenie",  
"Bardzo dobra reputacja"], \_, "0.8")

reguła(j, "Udziel kredyt", ["Bardzo dobre zabezpieczenie",  
"Dobra reputacja"], \_, "0.5")

reguła(k, "Udziel kredyt", ["Dobre zabezpieczenie",  
"Dobra reputacja"], \_, "0.4")

może być:

$CF(["Dobra reputacja"]) = 1$  i  $CF(["Dobre zabezpieczenie"]) = 0.6$

Wówczas:

$CF(["Bardzo dobra reputacja"]) < 0$  i

$CF(["Bardzo dobre zabezpieczenie"]) < 0$



# Reguły dysjunktywne

Reguły dysjunktywne wyróżniamy w bazie reguł klauzulą:

`reguła_dysjunktywna("Wniosek reguły dysjunktywnej")`

Reguły nie wyróżnione tą klauzulą uważa się za  
kumulatywne

# Reguła elementarna niepewna może być w trakcie wnioskowania:

- niepewnie spełniona
- pominięta
- nieokreślona

# Reguła niepewnie spełniona

Jeżeli:

Wszystkie warunki z Listy\_Warunków zostały ukonkretnione i:

a) jeżeli  $CF\_Listy\_Warunkow \geq 0$  lub  $CF\_Reguły \geq 0$ ,  
i reguła jest regułą dysjunktywną (**zasada dodatniości**)  
lub

b) jeżeli (niezależnie od znaków  $CF\_Listy\_Warunkow$  i  
 $CF\_Reguły$ ) reguła jest kumulatywna,

to reguła jest niepewnie spełniona i:

$$CF(\text{Wniosek}) = CF\_Lista\_Warunków * CF\_reguły$$

Przetwarzanie  
standardowe

# Reguła niepewnie spełniona

Jeżeli:

$$\mathbf{CF(\text{Wniosek}) > 0}$$

reguła jest pozytywnie niepewnie spełniona.

Jeżeli:

$$\mathbf{CF(\text{Wniosek}) < 0}$$

reguła jest negatywnie niepewnie spełniona

# Reguła niepewnie spełniona

Niepewne spełnienie reguły jest niezależne od wartości współczynnika pewności jej wniosku, a więc również w przypadku  $CF(\text{Wniosek}) = -1$ .

W bazach elementarnych niepewnych nie mamy więc do czynienia z regułami niespełnionymi w takim sensie, jak w bazach elementarnych dokładnych.

W trakcie wnioskowania elementarnego niepewnego użytkownik jest informowany o współczynnikach pewności wszystkich reguł niepewnie spełnionych, niezależnie od tego, czy są one dodatnie, czy też ujemne.

# Reguła niepewnie spełniona

Współczynnik pewności reguły niepewnie spełnionej jest wzmacnieniem określającym wpływ pewności warunków reguły na pewność wniosku reguły.



$$CF(\text{Wniosek}) = CF\_Lista\_Warunków * CF\_reguły$$

# Interpretacja CF dla reguł niepewnie spełnionych

$CF = 1$  oznacza regułę, której warunki całkowicie wzmocniają (wspierają) pewność wniosku swoją pewnością

$CF = -1$  oznacza regułę, której warunki całkowicie osłabiają pewność wniosku swoją pewnością

$CF = 0$  oznacza regułę, której warunki nie mają wpływu na pewność wniosku

$CF = 0.5$  oznacza regułę, której warunki w połowie wzmocniają (wspierają) pewność wniosku swoją pewnością

$CF = -0.5$  oznacza regułę, której warunki w połowie osłabiają pewność wniosku swoją pewnością

# Reguła pominięta

Jeżeli:

$CF\_Listy\_Warunkow < 0$  i  $CF\_Reguły < 0$ , a reguła jest regułą dysjunktywną, to zostaje pominięta.

Dysjunktywne reguły o ujemnym współczynniku pewności są przeznaczone tylko do generowania wniosków o ujemnych współczynnikach pewności.



# Przykład reguły pominiętej

reguła(1,"Efekty finansowe",["Bardzo duży zysk"],1,"0.5")

reguła(2,"Efekty finansowe",["Duży zysk"],1,"0.4")

reguła(3,"Efekty finansowe",["Mały zysk"],1,"0.2")

reguła(4,"Efekty finansowe",["Straty"],1,"-0.8")

Zależność warunków:

jeżeli

$$CF(\text{Bardzo duży zysk}) > 0$$

to:

$$CF(\text{Duży zysk}) < 0$$

$$CF(\text{Mały zysk}) < 0$$

$$CF(\text{Straty}) < 0$$

# Reguła nieokreślona

Jeżeli reguła ma warunek będący nieukonkretnioną niepewną zmienną łańcuchową, to **reguła jest nieokreślona**.

Nieokreśloność ma dla baz elementarnych niepewnych wyłącznie charakter przejściowy: wynika ona stąd, że przy aktualnym testowaniu reguły pewne jej warunki nie zostały jeszcze ukonkretnione, gdyż są one wnioskami reguł jeszcze nie testowanych.

## Współczynniki pewności warunków zanegowanych

Jeżeli warunek dopytywalny  $A$  ma współczynnik pewności  $CF\_A$ , to warunek dopytywalny  $\text{nie\_}A$  ma współczynnik pewności  $CF\_{\text{nie\_}A} = -CF\_A$ , i na odwrót:

$$A(CF\_A) \Leftrightarrow \text{nie\_}A(-CF\_A)$$

Współczynnik pewności warunku dopytywalnego zanegowanego jest równy dopełnieniu do 0 współczynnika pewności tego warunku.

## **Wypadkowy współczynnik pewności reguł kumulatywnych i dysjunktywnych**

**Dla reguł kumulatywnych wypadkowy  $CF(\text{Wniosek})$  zależy od  $CF_i(\text{Wniosek})$  każdej z reguł kumulatywnych**

**Dla reguł dysjunktywnych wypadkowy  $CF(\text{Wniosek})$  jest równy  $CF_i(\text{Wniosek})$  dla  $i$ -tej z reguł, wyznaczonej zgodnie z zasadami przedstawionymi w dalszym ciągu.**

# Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 1

1. Dla dwóch reguł kumulatywnych, dla których obydwa wnioski mają  $CF > 0$ :

reguła(Nr\_A, "Wniosek", ["War1\_A", "War2\_A", "War3\_A"], \_,  
CF\_Re\_A)  
 $\Rightarrow CF\_A(\text{Wniosek}) > 0$

reguła(Nr\_B, "Wniosek", ["War1\_B", "War2\_B", "War3\_B"], \_,  
CF\_Re\_B)  
 $\Rightarrow CF\_B(\text{Wniosek}) > 0$

wypadkowy współczynnik pewności wniosku jest równy:

$$CF(\text{Wniosek}) = CF\_A(\text{Wniosek}) + CF\_B(\text{Wniosek}) - CF\_A(\text{Wniosek}) * CF\_B(\text{Wniosek})$$

# Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 1A

Przykład 1:

$$CF\_A(\text{Wniosek}) = 0.6 \quad CF\_B(\text{Wniosek}) = 1$$

$$\begin{aligned} CF(\text{Wniosek}) &= CF\_A(\text{Wniosek}) + \\ &CF\_B(\text{Wniosek}) - CF\_A(\text{Wniosek}) * CF\_B(\text{Wniosek}) = \\ &0.6 + 1 - 0.6 * 1 = 1 \end{aligned}$$

# Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 1B

Przykład 2:

$$CF\_A(\text{Wniosek}) = 0.5 \quad CF\_B(\text{Wniosek}) = 0.7$$

$$CF(\text{Wniosek}) = CF\_A(\text{Wniosek}) +$$

$$CF\_B(\text{Wniosek}) - CF\_A(\text{Wniosek}) * CF\_B(\text{Wniosek}) =$$

$$0.5 + 0.7 - 0.5 * 0.7 = 1.2 - 0.35 = 0.85$$

# Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 1C

## Uzasadnienie:

1. Dzięki niezależności list warunków, dodatkowy wniosek z dodatnią wartością CF jest czynnikiem, zwiększającym pewność zaistnienia tego wniosku.
2. Pewność ta nie może jednak być nigdy większa od 1, co zapewnia obecność różnicy iloczynów współczynników pewności



# Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 2

2. Dla dwóch reguł kumulatywnych, dla których obydwa wnioski mają  $CF < 0$ :

reguła(Nr\_A, "Wniosek", ["War1\_A", "War2\_A", "War3\_A"], \_,  
CF\_re\_A)  $\Rightarrow CF_A(\text{Wniosek}) < 0$

reguła(Nr\_B, "Wniosek", ["War1\_B", "War2\_B", "War3\_B"], \_,  
CF\_re\_B)  $\Rightarrow CF_B(\text{Wniosek}) < 0$

wypadkowy współczynnik pewności wniosku jest równy:

$$CF(\text{Wniosek}) = CF_A(\text{Wniosek}) + CF_B(\text{Wniosek}) + \\ CF_A(\text{Wniosek}) * CF_B(\text{Wniosek})$$

# Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 2A

Przykład 1:

$$CF\_A(\text{Wniosek}) = -0.6$$

$$CF\_B(\text{Wniosek}) = -1$$

$$CF(\text{Wniosek}) = CF\_A(\text{Wniosek}) +$$

$$CF\_B(\text{Wniosek}) + CF\_A(\text{Wniosek}) * CF\_B(\text{Wniosek}) =$$

$$-0.6 - 1 + (-0.6) (-1) = -1$$

# Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 2B

Przykład 2:

$$CF\_A(Wniosek) = -0.5 \quad CF\_B(Wniosek) = -0.6$$

$$CF(Wniosek) = CF\_A(Wniosek) +$$

$$CF\_B(Wniosek) + CF\_A(Wniosek) * CF\_B(Wniosek) =$$

$$-0.5 - 0.6 + (-0.5) (-0.6) = -1.1 + 0.3 = -0.8$$

# Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 2C

Przykład 3:

$$CF\_A(\text{Wniosek}) = -0.99 \quad CF\_B(\text{Wniosek}) = -0.6$$

$$CF(\text{Wniosek}) = CF\_A(\text{Wniosek}) +$$

$$CF\_B(\text{Wniosek}) + CF\_A(\text{Wniosek}) * CF\_B(\text{Wniosek}) =$$

$$-0.99 - 0.6 + (-0.99)(-0.6) = -1.59 + 0.594 = -0.996$$

# Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 2D

## Uzasadnienie:

1. Dzięki niezależności list warunków, dodatkowy wniosek z ujemną wartością CF jest czynnikiem zmniejszającym pewność zaistnienia tego wniosku.
2. Pewność ta nie może jednak być nigdy mniejsza od  $-1$ , co zapewnia obecność sumy iloczynów współczynników pewności

# Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 3

3. Dla dwóch reguł kumulatywnych, których wnioski mają CF o różnych znakach:

$$\text{reguła}(\text{Nr\_A}, \text{"Wniosek"}, [\text{"War1\_A"}, \text{"War2\_A"}, \text{"War3\_A"}], \_, \text{CF\_re\_A}) \Rightarrow \text{CF\_A}(\text{Wniosek}) < 0$$

$$\text{reguła}(\text{Nr\_B}, \text{"Wniosek"}, [\text{"War1\_B"}, \text{"War2\_B"}, \text{"War3\_B"}], \_, \text{CF\_re\_B}) \Rightarrow 0 < \text{CF\_B}(\text{Wniosek})$$

lecz  $\text{CF\_A}(\text{Wniosek}) * \text{CF\_B}(\text{Wniosek}) \neq -1,$

wypadkowy współczynnik pewności wniosku jest równy:

$$\begin{aligned} \text{CF}(\text{Wniosek}) &= \\ &= \frac{\text{CF\_A}(\text{Wniosek}) + \text{CF\_B}(\text{Wniosek})}{1 - \min[|\text{CF\_A}(\text{Wniosek})|, |\text{CF\_B}(\text{Wniosek})|]} \end{aligned}$$

# Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 3A

Przykład 1:

$$CF\_A(\text{Wniosek}) = -0.6$$

$$CF\_B(\text{Wniosek}) = 0.6$$

$$CF(\text{Wniosek}) =$$

$$+ \frac{CF\_A(\text{Wniosek}) + CF\_B(\text{Wniosek})}{1 - \min[|CF\_A(\text{Wniosek})|, |CF\_B(\text{Wniosek})|]} = 0$$

# Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 3B

Przykład 2:

$$CF\_A(\text{Wniosek}) = -0.6$$

$$CF\_B(\text{Wniosek}) = 0.8$$

$$CF(\text{Wniosek}) =$$

$$= \frac{CF\_A(\text{Wniosek}) + CF\_B(\text{Wniosek})}{1 - \min[|CF\_A(\text{Wniosek})|, |CF\_B(\text{Wniosek})|]}$$

$$= 0.2 / (1 - 0.6) = 0.2 / 0.4 = 0.5$$



# Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 3C

Przykład 3:

$$CF\_A(\text{Wniosek}) = -0.6$$

$$CF\_B(\text{Wniosek}) = 0.99$$

$$CF(\text{Wniosek}) =$$

$$= \frac{CF\_A(\text{Wniosek}) + CF\_B(\text{Wniosek})}{1 - \min[|CF\_A(\text{Wniosek})|, |CF\_B(\text{Wniosek})|]}$$

$$= 0.39 / (1 - 0.6) = 0.39 / 0.4 = 0.975$$

# Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 3D

Przykład 4:

$$CF\_A(\text{Wniosek}) = -0.6$$

$$CF\_B(\text{Wniosek}) = 1.0$$

$$CF(\text{Wniosek}) =$$

$$= \frac{CF\_A(\text{Wniosek}) + CF\_B(\text{Wniosek})}{1 - \min[|CF\_A(\text{Wniosek})|, |CF\_B(\text{Wniosek})|]}$$

$$= 0.4 / (1 - 0.6) = 0.4 / 0.4 = 1.0$$

# Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 3E

Przykład 5:

$$CF\_A(\text{Wniosek}) = -0.99$$

$$CF\_B(\text{Wniosek}) = 0.8$$

$$CF(\text{Wniosek}) =$$

$$= \frac{CF\_A(\text{Wniosek}) + CF\_B(\text{Wniosek})}{1 - \min[|CF\_A(\text{Wniosek})|, |CF\_B(\text{Wniosek})|]}$$

$$= -0.19 / (1 - 0.8) = -0.19 / 0.2 = -0.95$$

# Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 3F

Przykład 6:

$$CF\_A(\text{Wniosek}) = -1.0$$

$$CF\_B(\text{Wniosek}) = 0.8$$

$$CF(\text{Wniosek}) =$$

$$= \frac{CF\_A(\text{Wniosek}) + CF\_B(\text{Wniosek})}{1 - \min[|CF\_A(\text{Wniosek})|, |CF\_B(\text{Wniosek})|]}$$

$$= -0.2 / (1 - 0.8) = -0.2 / 0.2 = -1.0$$

# Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 3G

## Uzasadnienie:

1. Dzięki niezależności list warunków, wniosek z ujemną wartością CF jest czynnikiem, zmniejszającym pewność zaistnienia tego wniosku. Jednak zmniejszenie to jest tym mniejsze, im większe CF dla wniosku z dodatnią wartością CF.

Im większa pewność, tym mniejszy wpływ ma na nią niewielka niepewność.

Na całkowitą pewność nie ma żadnego wpływu niepewność niecałkowita.

# Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 3H

Uzasadnienie:

2. Dzięki niezależności list warunków, wniosek z dodatnią wartością CF jest czynnikiem zwiększającym pewność zaistnienia tego wniosku. Jednak zwiększenie to jest tym mniejsze, im mniejsze CF dla wniosku z ujemną wartością CF.

Im większa niepewność, tym mniejszy wpływ ma na nią niewielka pewność.

Na całkowitą niepewność nie ma żadnego wpływu pewność niecałkowita .

# Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 3I

Uzasadnienie:

3. Pewność wypadkowa ta nie może jednak być nigdy mniejsza od  $-1$  lub większa od  $+1$ , co zapewnia obecność ilorazu marginesu pewności

## **Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 4**

**Przedstawiony sposób liczenia zawsze zwiększa wypadkowy współczynnik pewności w miarę zwiększania się liczby jednakowych wniosków o dodatnich współczynnikach pewności, natomiast nigdy nie doprowadzi do tego, że współczynnik ten stanie się równy lub większy od 1.**

**Przedstawiony sposób liczenia zawsze zmniejsza wypadkowy współczynnik pewności w miarę zwiększania się liczby jednakowych wniosków o ujemnych współczynnikach pewności, natomiast nigdy nie doprowadzi do tego, że współczynnik ten stanie się równy lub mniejszy od  $-1$ .**



## Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 4

4. Dla dwóch reguł kumulatywnych, których wnioski mają CF o równe  $-1$  oraz  $1$ :

reguła(Nr\_A, "Wniosek", ["War1\_A", "War2\_A", "War3\_A"], \_,  
CF\_re\_A)  $\Rightarrow$  CF\_A(Wniosek) = - 1

reguła(Nr\_B, "Wniosek", ["War1\_B", "War2\_B", "War3\_B"], \_,  
CF\_re\_B)  $\Rightarrow$  CF\_B(Wniosek) = 1

wypadkowy współczynnik pewności wniosku jest równy:

$$CF(\text{Wniosek}) = 0$$

# Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 4A

Uzasadnienie:

Jeżeli z równą pewnością wniosek jest całkowicie prawdziwy dla jednej reguły kumulatywnej i całkowicie nieprawdziwy dla drugiej reguły kumulatywnej, to nic nie można powiedzieć o pewności wniosku.

# Wypadkowy wniosek reguł kumulatywnych 5

5. Dla większej liczby reguł kumulatywnych, których wnioski mają zarówno  $CF > 0$  jak i  $CF \leq 0$ :

1. Wykonuje się kumulacje  $CF$  dla reguł z wnioskami o  $CF > 0$

2. Wykonuje się kumulacje  $CF$  dla reguł z wnioskami o  $CF \leq 0$

3. Kumuluje się wypadkowy  $CF > 0$  i wypadkowy  $CF \leq 0$

# Przetwarzanie pojedynczej reguły dysjunktywnej

## (1) Zasada dodatniości spełniona

reguła(Nr, "Wniosek", ["War1", "War2", "War3"],\_, CF\_R)

$CF["War1", "War2", "War3"] = \text{Min}(CF1, CF2, CF3) =$   
 $CF\_Warunki$

Jeżeli:

- 1)  $CF\_R > 0$  lub  $CF\_Warunki > 0$ ,  
to  $CF(\text{Wniosek}) = CF\_R * CF\_Warunki$

Reguły dysjunktywne z dodatnimi współczynnikami pewności  $CF\_R$  lub reguły dysjunktywne, dla których współczynnik pewności listy warunków  $CF\_Warunki$  osiąga w trakcie wnioskowania wartości dodatnie, są przetwarzane standardowo (zasada dodatniości spełniona).

# Przetwarzanie pojedynczej reguły dysjunktywnej

## (2) Zasada dodatniości naruszona

reguła(Nr, "Wniosek", ["War1", "War2", "War3"],\_, CFR)

$CF["War1", "War2", "War3"] = \text{Min}(CF1, CF2, CF3) =$   
 $CF\_Warunki$

Jeżeli: 1)  $CFR \leq 0$  i  $CF\_Warunki \leq 0$ ,  
to reguła Nr jest pomijana przy dalszym  
wnioskowaniu

Reguły dysjunktywne z niedodatnimi współczynnikami pewności CFR, dla których współczynnik pewności listy warunków osiąga w trakcie wnioskowania wartości niedodatnie, są pomijane przy dalszym wnioskowaniu (zasada dodatniości naruszona)

# Przetwarzanie pojedynczej reguły dysjunktywnej (3)

Przykład:

reguła(1,"Efekty finansowe",["Bardzo duży zysk"],1,"0.5")

reguła(2,"Efekty finansowe",["Duży zysk"],1,"0.4")

reguła(3,"Efekty finansowe",["Mały zysk"],1,"0.2")

reguła(4,"Efekty finansowe",["Straty"],1,"-0.8")

Reguła  
pominięta

Jeżeli  $CF(\text{Straty})=-1$ ,  $CF(\text{Mały zysk})=0.3$ ,  $CF(\text{Duży zysk})=-1$  i

$CF(\text{Bardzo duży zysk})=-1$ , to reguła 4 jest pomijana;

$CF(\text{Efekty finansowe})$  musi być wyznaczone przez regułę 3

jako równe 0.06, a nie przez regułę 4 jako równe 0.8.

# Wypadkowy wniosek reguł dysjunktywnych (1)

## Zasada 1

Jeżeli dla reguł dysjunktywnych, które nie zostały pominięte w wyniku naruszenia zasady dodatniości, współczynniki pewności list warunków mają jednakowe znaki, wypadkowy współczynnik pewności wniosku jest określony przez największy współczynnik pewności wniosku.

# Wypadkowy wniosek reguł dysjunktywnych (2)

Przykład 1 zastosowania zasady 1:

Rezultat  
wnioskowania:

reguła(2, "Wniosek",["A"],1,"0.9")

CF(Wniosek)= 0.63

reguła(3 "Wniosek",["B", "C"],1,"0.8")

CF(Wniosek)= 0.64

reguła(4 "Wniosek",["D"],1,"0.6")

CF(Wniosek)= 0.3

reguła\_dysjunktywna("Wniosek")

fakt("A","0.7")

fakt("B","0.8")

fakt("C","0.9")

fakt("D","0.5")

CF(Wniosek)= 0.64

Wszystkie reguły mają  
CF\_Listy\_Warunków > 0



# Wypadkowy wniosek reguł dysjunktywnych (3)

Przykład 2 zastosowania zasady 1:

Rezultat  
wnioskowania:

reguła(2, "Wniosek", ["A"], 1, "0.9")

CF(Wniosek) = - 0.63

reguła(3 "Wniosek", ["B", "C"], 1, "0.8")

CF(Wniosek) = - 0.72

reguła(4 "Wniosek", ["D"], 1, "0.6")

CF(Wniosek) = - 0.3

reguła\_dysjunktywna("Wniosek")

fakt("A", "- 0.7")

fakt("B", "- 0.8")

fakt("C", "-0.9")

fakt("D", "-0.5")

CF(Wniosek) = -0.3

Wszystkie reguły mają  
CF\_Listy\_Warunków < 0

# Wypadkowy wniosek reguł dysjunktywnych (4)

Przykład 3 zastosowania zasady 1:

reguła(26,"Złe zabezpieczenie",["Zabezpieczenie I klasy (%)<60"],1,"0.9")

reguła(27,"Złe zabezpieczenie",["Zabezpieczenie I klasy (%)<70",  
"Zabezpieczenie II klasy (%)<10"],1,"0.8")

reguła(28,"Złe zabezpieczenie",["Zabezpieczenie I klasy (%)<70",  
"Zabezpieczenie III klasy (%)<30"],1,"0.6")

reguła(29,"Złe zabezpieczenie",["Zabezpieczenie I klasy (%)<100",  
"Zabezpieczenie II klasy (%)<30",  
"Zabezpieczenie III klasy (%)<30"],1,"0.6")

Jeżeli np.

Zabezpieczenie I klasy (%) = 80,

Zabezpieczenie II klasy (%) = 35 ,

to wartość CF dla

wspólnego wniosku będzie także równa największej z tych wartości.



Wszystkie reguły mają  
CF\_Listy\_Warunków < 0

# Wypadkowy wniosek reguł dysjunktywnych (5)

## Zasada 2

Jeżeli dla reguł dysjunktywnych, które nie zostały pominięte w wyniku naruszenia zasady równoczesnej dodatniości, współczynniki pewności list warunków są różnych znaków, należy pominąć reguły dysjunktywne o ujemnych wartościach tych współczynników pewności.

Dla pozostałych reguł należy zastosować zasadę 1.

# Wypadkowy wniosek reguł dysjunktywnych (6)

Przykład 1 zastosowania zasady 2:

Rezultat  
wnioskowania:

reguła(2, "Wniosek",["A"],1,"0.9")

CF(Wniosek)= -0.63

reguła(3 "Wniosek",["B", "C"],1,"0.8")

CF(Wniosek)= 0.64

reguła((4 "Wniosek",["D"],1,"0.6")

CF(Wniosek)= -0.3

reguła\_dysjunktywna("Wniosek")

fakt("A", "-0.7")

fakt("B", "0.8")

fakt("C", "0.9")

fakt("D", "-0.5")

CF(Wniosek)= 0.64

Reguły  
pominięte

CF nie  
wyznaczane

# Wypadkowy wniosek reguł dysjunktywnych (7)

Przykład 2 zastosowania zasady 2:

**reguła(1,"Efekty finansowe",["Bardzo duży zysk"],1,"0.5")**

**reguła(2,"Efekty finansowe",["Duży zysk"],1,"0.4")**

**reguła(3,"Efekty finansowe",["Mały zysk"],1,"0.2")**

Jeżeli  $CF(\text{Bardzo duży zysk}) = -1$ ,  $CF(\text{Duży zysk}) = -1$ ,  
 $CF(\text{Mały zysk}) = 0.3$ , to otrzymujemy:

**z reguły 1:  $CF(\text{Efekty finansowe}) = -0.5$**

**z reguły 2:  $CF(\text{Efekty finansowe}) = -0.4$**

**z reguły 3:  $CF(\text{Efekty finansowe}) = 0.06$**

**Reguły  
pominięte**

**CF nie  
wyznaczane**

Wypadkowy współczynnik pewności jest dany przez regułę 3 jako:

$$CF(\text{Efekty finansowe}) = 0.06$$

## Wypadkowy wniosek reguł dysjunktywnych (8)

Wynik wnioskowania w przykładach 1 i 2 byłyby takie same, gdybyśmy wybrali największy CF spośród CF-ów dla wszystkich wniosków.

Takie podejście może jednak prowadzić do niepoprawnych wyników, co ilustrują przykłady 3 i 4.

Poprawne wyniki zapewnia jedynie wybór największego CF spośród CF-ów dla wszystkich wniosków, których reguły mają dodatnie współczynniki CF list swych warunków.

# Wypadkowy wniosek reguł dysjunktywnych (9)

Przykład 3 zastosowania zasady 2:

`reguła(2,"Wniosek",["A"],1,"0.9")`  
`reguła(3 "Wniosek",["B", "C"],1,"0.8")`  
`reguła(4 "Wniosek",["D"],1,"- 0.6")`  
`reguła_dysjunktywna("Wniosek ")`  
`fakt("A","-0.7")`  
`fakt("B","-0.2")`  
`fakt("C","0.9")`  
`fakt("D","0.5")`

**Reguły  
pominięte**

Rezultat  
wnioskowania:

$CF(\text{Wniosek}) = -0.63$

$CF(\text{Wniosek}) = -0.16$

$CF(\text{Wniosek}) = -0.3$

$CF(\text{Wniosek}) = -0.3$

**CF nie  
wyznaczane**

# Wypadkowy wniosek reguł dysjunktywnych

(10)

Przykład 4 zastosowania zasady 2:

$\text{reguła}(1, \text{"Efekty finansowe"}, [\text{"Bardzo duży zysk"}], 1, \text{"0.5"})$

$\text{reguła}(2, \text{"Efekty finansowe"}, [\text{"Duży zysk"}], 1, \text{"0.4"})$

$\text{reguła}(3, \text{"Efekty finansowe"}, [\text{"Mały zysk"}], 1, \text{"0.2"})$

$\text{reguła}(4, \text{"Efekty finansowe"}, [\text{"Straty"}], 1, \text{"- 0.8"})$

Reguły  
pominięte

Jeżeli  $\text{CF}(\text{Bardzo duży zysk}) = -1$ ,  $\text{CF}(\text{Duży zysk}) = -1$ ,  
 $\text{CF}(\text{Mały zysk}) = -1$ ,  $\text{CF}(\text{Straty}) = 0.9$ , to:

z reguły 1 :  $\text{CF}(\text{Efekty finansowe}) = -0.5$

z reguły 2 :  $\text{CF}(\text{Efekty finansowe}) = -0.4$

z reguły 3 :  $\text{CF}(\text{Efekty finansowe}) = -0.2$

z reguły 4 :  $\text{CF}(\text{Efekty finansowe}) = -0.72$

CF nie  
wyznaczane

Uwzględniając tylko regułę 4 z ( $\text{CF}(\text{Straty}) = 0.9$ ) otrzymuje się:

$\text{CF}(\text{Efekty finansowe}) = -0.72$



# Wnioskowanie elementarne niepewne 8

W szczególnym przypadku wnioskowania elementarnego dokładnego (korzystającego z logiki arystotelesowskiej):

- dla wszystkich reguł  $CF=1$
- dla wszystkich warunków  $CF=1$  lub  $CF=-1$

i przedstawione powyżej zasady wnioskowania elementarnego niepewnego z współczynnikami pewności sprowadzają się do zasad stosowanych dla systemów ekspertowych elementarnych dokładnych.

# **Wnioskowanie elementarne niepewne**

**Skąd biorą się współczynniki pewności?**

- 1. Z analizy problemu**
- 2. Z uśredniania opinii ekspertów**
- 3. Z analizy wyników decyzji**
- 4. Z deklaracji preferencji użytkownika**

# Data Mining (eksploracja danych)

Lepsze określenie:

**Knowledge Discovery in Data Bases**  
(wykrywanie wiedzy w bazach danych)

# Transformacja reguł dokładnych w reguły niepewne (1)

**Dana reguła dokładna:**

**reguła(1, "Wniosek", ["Warunek\_1",  
"Warunek\_2", "Warunek\_3"], 1)**

**o niezależnych warunkach.**

**Jak przekształcić ją w regułę niepewną?**

# Transformacja reguł dokładnych w reguły niepewne (2)

**Trzy sposoby:**

- 1. Konserwatywny (pesymistyczny)**
- 2. Zrównoważony**
- 3. Zachłanny (optymistyczny)**

# Transformacja reguł dokładnych w reguły niepewne (3)

## 1. Transformacja konserwatywna (pesymistyczna)

reguła(1, "Wniosek", ["Warunek\_1",  
"Warunek\_2", "Warunek\_3"], 1,  
"CF\_Reguły")

**Najmniejsza wartość CF warunków  
determinuje CF wniosku.**

**Jesteśmy ostrożni!**

# Transformacja reguł dokładnych w reguły niepewne (4)

## 2. Transformacja zrównoważona

reguła(2, "Wniosek",["Warunek\_1"], 1, "CF\_2")

reguła(3, "Wniosek",["Warunek\_2"], 1, "CF\_3")

reguła(4, "Wniosek",["Warunek\_3"], 1, "CF\_3")

Trzy reguły kumulatywne umożliwiają zadeklarowanie preferencji i umożliwiają każdemu warunkowi wpływanie na wypadkowy CF wniosku

Niech zadecydują wszystkie warunki!

# Transformacja reguł dokładnych w reguły niepewne (5)

## 3. Transformacja zachłanna (optymistyczna)

reguła(2, "Wniosek",["Warunek\_1"], 1, "CF\_2")

reguła(3, "Wniosek",["Warunek\_2"], 1, "CF\_3")

reguła(4, "Wniosek",["Warunek\_3"], 1, "CF\_3")

reguła\_dysjunktywna("Wniosek")

Trzy reguły dysjunktywne czynią  
współczynnik pewności  
wypadkowego wniosku równy  
największemu z nich

Silniejszy  
wygrywa!



# Bazy ograniczeń

Bazy ograniczeń dokładnych i bazy ograniczeń niepewnych służą do:

Ułatwienia użytkownikowi wyboru:

- 1) warunków dopytywalnych całkowicie alternatywnych (baza ograniczeń dokładna), lub
- 2) warunków dopytywalnych niepewnie alternatywnych

# Bazy ograniczeń

## Bazy ograniczeń dokładne

ograniczenie(N, [”Komputer załączony”, ”Komputer wyłączony”])

Lista wzajemnie wykluczających się i całkowicie wyczerpujących pewnych warunków dopytywalnych

# **Baza ograniczeń dokładnych**

**Zawiera listy warunków dopytywalnych dokładnie wzajemnie wykluczających się**

# Baza ograniczeń dokładnych

Tylko jeden warunek z listy warunków wykluczających się zawartej w bazie ograniczeń dokładnych może mieć  $CF = 1$ ; dla pozostałych  $CF = -1$ .

ograniczenie(3, ["Komputer załączony", "Komputer wyłączony"])

$CF(\text{"Komputer załączony"}) = -1$        $CF(\text{"Komputer wyłączony"}) = 1$

# **Baza ograniczeń niepewnych**

**Zawiera listy warunków dopytywalnych wzajemnie  
wykluczających się w przybliżeniu**

# Baza ograniczeń niepewnych

Tylko jeden warunek z listy warunków wykluczających się zawartej w bazie ograniczeń niepewnych może mieć największą wartość CF; dla pozostałych warunków CF musi być mniejsze, aczkolwiek mogą być jednakowe

ograniczenie\_n(2,[  
"niedostateczna znajomość angielskiego",  
"dostateczna znajomość angielskiego",  
"dobra znajomość angielskiego"])

$CF(\text{"niedostateczna znajomość angielskiego"}) = -0.8$

$CF(\text{"dostateczna znajomość angielskiego"}) = 0.6$

$CF(\text{"dobra znajomość angielskiego"}) = -0.8$

# Wnioskowanie elementarne niepewne

## Przykład wnioskowania w przód:

Dla danej bazy wiedzy wyznaczyć współczynnik pewności wszystkich faktów wynikających z  $A(0.5)$ ,  $B(0.9)$ ,  $C(0.9)$ ,  $E(0.4)$  i  $H(0.3)$

**Fakty:**

$A(0.5)$   $C(0.9)$   $H(0.3)$   
 $B(0.9)$   $E(0.4)$

**Reguły:**

1.  $A \text{ --- } 0.8 \text{ ---} \rightarrow D$
2.  $F H \text{ --- } 0.5 \text{ ---} \rightarrow G$
3.  $B \text{ --- } 0.6 \text{ ---} \rightarrow L$
4.  $D J \text{ --- } 0.7 \text{ ---} \rightarrow M$
5.  $C D \text{ --- } 0.5 \text{ ---} \rightarrow F$
6.  $A E \text{ --- } 1 \text{ ---} \rightarrow J$
7.  $M B \text{ --- } 0.9 \text{ ---} \rightarrow F$

Nowy fakt:  
 $D(0.4)$

$A(0.5)$   $C(0.9)$   $H(0.3)$   
 $B(0.9)$   $E(0.4)$   $D(0.4)$

# Wnioskowanie elementarne niepewne

## Przykład wnioskowania w przód:

**Fakty:**

A(0.5) C(0.9) H(0.3)  
B(0.9) E(0.4) **D(0.4)**  
**L(0.54)**

Nowy fakt:  
**L(0.54)**

**Reguły:**

1.  $A \text{ --- } 0.8 \text{ --- } D$
2.  $F H \text{ --- } 0.5 \text{ --- } G$
3.  **$B \text{ --- } 0.6 \text{ --- } L$**
4.  $D J \text{ --- } 0.7 \text{ --- } M$
5.  $C D \text{ --- } 0.5 \text{ --- } F$
6.  $A E \text{ --- } 1 \text{ --- } J$
7.  $M B \text{ --- } 0.9 \text{ --- } F$



# Wnioskowanie elementarne niepewne

## Przykład wnioskowania w przód:

**Fakty:**

A(0.5) C(0.9) H(0.3)  
B(0.9) E(0.4) **D(0.4)**  
**L(0.54) J(0.4) F(0.2)**

Nowy fakt:  
**F(0.2)**

**Reguły:**

1.  $A \text{ --- } 0.8 \text{ --- } D$
2.  $F H \text{ --- } 0.5 \text{ --- } G$
3.  $B \text{ --- } 0.6 \text{ --- } L$
4.  $D J \text{ --- } 0.7 \text{ --- } M$
5.  **$C D \text{ --- } 0.5 \text{ --- } F$**
6.  $A E \text{ --- } 1 \text{ --- } J$
7.  $M B \text{ --- } 0.9 \text{ --- } F$

Akumulacja dla D zakończona, stąd  
możliwość testowania reguły 5

# Wnioskowanie elementarne niepewne

## Przykład wnioskowania w przód:

**Fakty:**

A(0.5) C(0.9) H(0.3)  
B(0.9) E(0.4) **D(0.4)**  
**L(0.54) J(0.4)**

**Reguły:**

1.  $A \text{ --- } 0.8 \text{ --- } D$
2.  $F H \text{ --- } 0.5 \text{ --- } G$
3.  $B \text{ --- } 0.6 \text{ --- } L$
4.  $D J \text{ --- } 0.7 \text{ --- } M$
5.  $C D \text{ --- } 0.5 \text{ --- } F$
6.  **$A E \text{ --- } 1 \text{ --- } J$**
7.  $M B \text{ --- } 0.9 \text{ --- } F$

Nowy fakt:  
**J(0.4)**

Zakończono testowanie reguł pojedynczych 1, 3 i 6 z warunkami tylko dopytywalnymi.

# Wnioskowanie elementarne niepewne

## Przykład wnioskowania w przód:

**Fakty:**

A(0.5) C(0.9) H(0.3)  
B(0.9) E(0.4) **D(0.4)**  
**L(0.54) F(0.2) J(0.4)**  
**M(0.28)**

Nowy fakt:  
**M(0.28)**

**Reguły:**

1.  $A \rightarrow 0.8 \rightarrow D$
2.  $F H \rightarrow 0.5 \rightarrow G$
3.  $B \rightarrow 0.6 \rightarrow L$
4.  **$D J \rightarrow 0.7 \rightarrow M$**
5.  $C D \rightarrow 0.5 \rightarrow F$
6.  $A E \rightarrow 1 \rightarrow J$
7.  $M B \rightarrow 0.9 \rightarrow F$

Możliwe po przeprowadzeniu  
akumulacji dla J

# Wnioskowanie elementarne niepewne

## Przykład wnioskowania w przód:

**Fakty:**

**Reguły:**

Możliwe po przeprowadzeniu  
akumulacji dla M

A(0.5) C(0.9) H(0.3)  
B(0.9) E(0.4) **D(0.4)**  
**L(0.54)** ~~E(0.2)~~ **J(0.4)**  
M(0.28) F(0.4)

Nowy fakt:  
**F(0.25)**

1. A —0.8→ D
2. F H —0.5→ G
3. B —0.6→ L
4. D J —0.7→ M
5. C D —0.5→ F
6. A E —1→ J
7. **MB —0.9→ F**

$$0.2 + 0.25 - 0.2 * 0.25 = 0.4$$

Akumulacja dla F

# Wnioskowanie elementarne niepewne

## Przykład wnioskowania w przód:

**Fakty:**

A(0.5) C(0.9) H(0.3)  
B(0.9) E(0.4) **D(0.4)**  
**L(0.54) F(0.4) J(0.4)**  
**M(0.28) G(0.15)**

Nowy fakt:  
**G(0.15)**

**Reguły:**

1.  $A \rightarrow 0.8 \rightarrow D$
2.  **$F H \rightarrow 0.5 \rightarrow G$**
3.  $B \rightarrow 0.6 \rightarrow L$
4.  $D J \rightarrow 0.7 \rightarrow M$
5.  $C D \rightarrow 0.5 \rightarrow F$
6.  $A E \rightarrow 1 \rightarrow J$
7.  $M B \rightarrow 0.9 \rightarrow F$

Z faktów A(0.5), B(0.9), C(0.9), E(0.4) i H(0.3) wynikają więc fakty **D(0.4)**, **L(0.54)**, **F(0.4)**, **G(0.15)**, **J(0.4)** oraz **M(0.28)** i tylko te fakty.

# Wnioskowanie elementarne niepewne

## Przykład wnioskowania wstecz:

dla danej bazy wiedzy ocenić hipotezę **F(CF)**, jeżeli dla warunków dopytywalnych jest  $A(0.5)$ ,  $B(0.9)$ ,  $C(0.9)$ ,  $E(0.4)$  i  $H(0.3)$ .

**Fakty:**

$A(0.5)$   $C(0.9)$   $H(0.3)$   
 $B(0.9)$   $E(0.4)$

$A(0.5)$   $C(0.9)$   $H(0.3)$   
 $B(0.9)$   $E(0.4)$

**Reguły:**

1.  $A \text{ — } 0.8 \text{ — } D$
2.  $F H \text{ — } 0.5 \text{ — } G$
3.  $B \text{ — } 0.6 \text{ — } L$
4.  $D J \text{ — } 0.7 \text{ — } M$
5.  $C D \text{ — } 0.5 \text{ — } F$
6.  $A E \text{ — } 1 \text{ — } J$
7.  $M B \text{ — } 0.9 \text{ — } F$

Brak **F(CF)**

Jest **C(CF)**  
i **D(CF)**?

# Wnioskowanie elementarne niepewne

## Przykład wnioskowania wstecz:

**Fakty:**

A(0.5) C(0.9) H(0.3)  
B(0.9) E(0.4)

A(0.5) C(0.9) H(0.3)  
B(0.9) E(0.4) D(0.4)  
F(0.2)

Jest A(0.5) więc jest  
D(0.4) więc jest F(0.2)

**Reguły:**

1.  $A \rightarrow 0.8 \rightarrow D$
2.  $F H \rightarrow 0.5 \rightarrow G$
3.  $B \rightarrow 0.6 \rightarrow L$
4.  $D J \rightarrow 0.7 \rightarrow M$
5.  $C D \rightarrow 0.5 \rightarrow F$
6.  $A E \rightarrow 1 \rightarrow J$
7.  $M B \rightarrow 0.9 \rightarrow F$

Jest C(0.9),  
brak D(CF)

Jest  
A(CF)?

... ale jest jeszcze reguła 7 o  
tym samym wniosku F i  
należy wyznaczyć CF(F)  
również dla niej:

# Wnioskowanie elementarne niepewne

## Przykład wnioskowania wstecz:

### Fakty:

A(0.5) C(0.9) H(0.3)  
B(0.9) E(0.4) D(0.4)  
F(0.2)

Jest M(CF)  
i B(CF)?

### Reguly:

1.  $A \text{---} 0.8 \text{---} D$
2.  $F H \text{---} 0.5 \text{---} G$
3.  $B \text{---} 0.6 \text{---} L$
4.  $D J \text{---} 0.7 \text{---} M$
5.  $C D \text{---} 0.5 \text{---} F$
6.  $A E \text{---} 1 \text{---} J$
7.  $M B \text{---} 0.9 \text{---} F$



# Wnioskowanie elementarne niepewne

## Przykład wnioskowania wstecz:

**Fakty:**

A(0.5) C(0.9) H(0.3)  
B(0.9) E(0.4) D(0.4)  
F(0.2)

Jest B(0.9),  
brak M(CF)

**Reguly:**

1.  $A \text{ --- } 0.8 \text{ --- } D$
2.  $F H \text{ --- } 0.5 \text{ --- } G$
3.  $B \text{ --- } 0.6 \text{ --- } L$
4.  $D J \text{ --- } 0.7 \text{ --- } M$
5.  $C D \text{ --- } 0.5 \text{ --- } F$
6.  $A E \text{ --- } 1 \text{ --- } J$
7.  $M B \text{ --- } 0.9 \text{ --- } F$

# Wnioskowanie elementarne niepewne

## Przykład wnioskowania wstecz:

**Fakty:**

A(0.5) C(0.9) H(0.3)  
B(0.9) E(0.4) D(0.4)  
F(0.2)

A(0.5) C(0.9) H(0.3)  
B(0.9) E(0.4) D(0.4)  
F(0.2)

Jest D(CF)  
i J(CF)?

Jest D(0.4),  
brak J(CF)

**Reguły:**

1.  $A \rightarrow 0.8 \rightarrow D$
2.  $F H \rightarrow 0.5 \rightarrow G$
3.  $B \rightarrow 0.6 \rightarrow L$
4.  $D J \rightarrow 0.7 \rightarrow M$
5.  $C D \rightarrow 0.5 \rightarrow F$
6.  $A E \rightarrow 1 \rightarrow J$
7.  $M B \rightarrow 0.9 \rightarrow F$

# Wnioskowanie elementarne niepewne

## Przykład wnioskowania wstecz:

**Fakty:**

**Reguly:**

A(0.5) C(0.9) H(0.3)  
B(0.9) E(0.4) D(0.4)  
F(0.2)

1.  $A \rightarrow 0.8 \rightarrow D$
2.  $F H \rightarrow 0.5 \rightarrow G$
3.  $B \rightarrow 0.6 \rightarrow L$
4.  $D J \rightarrow 0.7 \rightarrow M$
5.  $C D \rightarrow 0.5 \rightarrow F$
6.  $A E \rightarrow 1 \rightarrow J$
7.  $M B \rightarrow 0.9 \rightarrow F$

Jest A(CF)  
i E(CF)?

A(0.5) C(0.9) H(0.3)  
B(0.9) E(0.4) D(0.4)  
J(0.4) M(0.28) F(0.4)

Jest A(0.5) i E(0.4) więc jest  
J(0.4), M(0,28) i F(0.25)

Reguła 7 dała więc większą  
wartość CF(F) aniżeli reguła 5.

# Baza modeli elementarnych niepewnych

arytmetyczne

relacyjne

dokładne

niepewne

podstawowe	X	X
rozwinięte	X	X
liniowe	X	
wielomianowe	X	

# Rodzaje zmiennych łańcuchowych w modelach

## elementarnych niepewnych:

- niepewne zmienne łańcuchowe, np.: dla  $W=4$

$$CF("1 < W < 5") = 0.8$$

- rzeczywiste i całkowite zmienne łańcuchowe, np.:

"Wartość ciśnienia", "56.79", "56"

# Modele unikatowe i wielokrotne

Model elementarny niepewny jest **unikatowy**, jeżeli baza modeli nie zawiera innego modelu o tym samym **Wyniku/Wniosku**

W przeciwnym przypadku model jest modelem **wielokrotnym**.

# Dla wszystkich modeli elementarnych niepewnych (1)

**Numer\_Modelu** jest liczbą całkowitą, różną dla różnych modeli i różną od numerów reguł.

Stosowanie numerów różnych wynika stąd, że rady odwołują się do numerów reguł lub numerów modeli relacyjnych.

## Dla wszystkich modeli elementarnych niepewnych (2)

- "Warunek startowy" jest niepewną zmienną łańcuchową;
- Wynik/Wniosek modelu jest wyznaczany tylko gdy  $CF(\text{Warunek startowy}) > 0$
- Warunek startowy = bez warunku ma zawsze  $CF > 0$ .



## Dla wszystkich modeli elementarnych niepewnych (3)

- **Warunek startowy** różny od **bez warunku** wskazuje model wielokrotny, który w danej sytuacji należy zastosować.
- **Warunek startowy** różny od **bez warunku** nie może być stosowany dla modelu unikatowego. Stosowanie dla modelu unikatowego takiego warunku startowego może doprowadzić do przerwania wnioskowania.
- **Warunek startowy** nie może być zanegowanym wnioskiem reguły lub modelu relacyjnego

# Dla wszystkich modeli elementarnych niepewnych (4)

## Semafor\_wyświetlania

= 0 informacja o stosowaniu modelu nie jest wyświetlana w trakcie wnioskowania

= 1 informacja o stosowaniu modelu jest wyświetlana w trakcie wnioskowania

# Modele elementarne podstawowe niepewne

```
model(Numer_modelu,  
      Warunek_startowy,  
      Wynik/Wniosek,  
      Pierwszy_Argument,  
      Operacja/Relacja,  
      Drugi_Argument,  
      Semafor_wyświetlania,  
      CF_Wynik/Wniosek)
```

# Model elementarny podstawowy niepewny:

## Wynik/Wniosek

- Wynik – rzeczywista zmienna łańcuchowa dla modelu arytmetycznego
- Wniosek - niepewna zmienna łańcuchowa dla modelu relacyjnego

# Model elementarny podstawowy niepewny:

**Pierwszy\_Argument, Drugi\_Argument**

rzeczywiste lub całkowite zmienne łańcuchowe, zarówno dla modelu arytmetycznego jak i dla modelu relacyjnego

# Model elementarny podstawowy niepewny:

## Operacja / Relacja

- modele arytmetyczne z dwoma argumentami wykonują operacje:

“+”, “-”, “\*”, “/”, “div”, “mod”,

“min”, “max”, “%”, “A^N”,

“zaokrąglenie\_do\_N”

**N – liczba naturalna**

# Model elementarny podstawowy niepewny: Operacja / Relacja

- modele arytmetyczne z jednym argumentem wykonują operacje

`"sqrt"`, `"sin"`, `"cos"`, `"tan"`, `"arctan"`,

`"log"`, `"ln"`, `"exp"`, `"round"`, `"trunc"`,

`"abs"`, `"="`,

przy czym **Drugi\_Argument= "0"**

# Model elementarny podstawowy niepewny:

## Operacja/Relacja

- modele relacyjne testują relacje:

">", "===", "<", ">=",

"<=", "><", "<>"



# Model elementarny podstawowy niepewny:

## CF\_Wynik/Wniosek

1) dla modeli arytmetycznych jest  
zawsze  $CF\_Wynik = 1$

2) dla modeli relacyjnych jest  
 $-1 \leq CF\_Wniosek \leq 1$

# Sens modelu elementarnego podstawowego arytmetycznego niepewnego:

```
model(Nr_Modelu, "Start",  
      "Wynik", "X1", "+", "X2",  
      Semafor_wyświetlania, "1")
```

Jeżeli  $CF(\text{Start}) \geq 0$

to  $\text{Wynik} = X1 + X2,$        $CF(\text{Wynik})=1$

# Sens modelu elementarnego podstawowego relacyjnego niepewnego:

```
model(Nr_Modelu, "Start", "Wniosek",  
      "X1", "<=", "X2",,  
      Semafor_wyświetlania,  
      " CF_M")
```

Jeżeli  $CF(\text{Start}) \geq 0$

i  $X1 \leq X2$

to  $CF(\text{Wniosek}) = CF\_M > 0$

deklarowane przez użytkownika

# Sens modelu elementarnego podstawowego relacyjnego niepewnego:

```
model(Nr_Modelu, "Start", "Wniosek",  
      "X1", "<=", "X2",,  
      Semafor_wyświetlania,  
      " CF_M")
```

Jeżeli  $CF(\text{Start}) \geq 0$

i  $X1 > X2$

to  $CF(\text{Wniosek}) = -1$

wyznaczone przez system

# Modele elementarny rozwinięte niepewne

```
model_r(Numer_Modelu,  
        Warunek_startowy,  
        Wynik/Wniosek,  
        Operacja/Relacja,  
        Lista_Argumentów,  
        Semafor_wyświetlania  
        CF_Wynik/Wniosek)
```

# Model elementarny rozwinięty niepewny

:

## Wynik/Wniosek

- **Wynik** - rzeczywista zmienna łańcuchowa dla modelu arytmetycznego
- **Wniosek** - niepewna zmienna łańcuchowa dla modelu relacyjnego

# Model elementarny rozwinięty niepewny:

## Operacja / Relacja

- modele arytmetyczne wykonują operacje

`"+"`, `"*"`, `"max_list"`, `"min_list"`

# Model elementarny rozwinięty niepewny:

## Operacja / Relacja

- modele relacyjne testują relacje:

"<,<", "<,<=", "<=,<", "<=,<="



# Model elementarny rozwinięty niepewny:

## CF\_Wynik/Wniosek

1) dla modeli arytmetycznych jest  
zawsze  $CF\_Wynik = 1$

2) dla modeli relacyjnych jest  
 $-1 \leq CF\_Wniosek \leq 1$

# Model elementarny rozwinięty arytmetyczny niepewny:

## Lista\_Argumentów

[Argument\_1,Argument\_2,.....,Argument\_n]

**Argument\_i** = rzeczywista lub całkowita  
zmienna łańcuchowa

**n** - dowolnie duże

# Sens modelu elementarnego rozwiniętego arytmetycznego niepewnego:

```
model_r(Nr_Modelu,  
        "Start","Wynik","+",  
        ["X1","X2",..., "Xn"],  
        Semafor_wyświetlania, "1")
```

Jeżeli  $CF(\text{Start}) \geq 0$

to  $\text{Wynik} = X1 + X2 + \dots + Xn,$

$CF(\text{Wynik})=1$

# Model elementarny rozwinięty relacyjny niepewny:

## Lista\_Argumentów

[Ograniczenie\_dolne, Wielkość\_testowana,  
Ograniczenie\_górne]

Ograniczenie\_dolne

Wielkość\_testowana

Ograniczenie\_górne

Rzeczywiste zmienne  
łańcuchowe

# Sens modelu elementarnego rozwiniętego relacyjnego niepewnego:

```
model_r(Nr_Modelu,  
        "Start", "Wniosek",  
        "<,<=",  
        ["Ogr_d", "X", "Ogr_g"]  
        Semafor_wyświetlania, "CF_M")
```

Jeżeli  $CF(\text{Start}) \geq 0$

i  $Ogr\_d < X \leq Ogr\_g$

to  $CF(\text{Wniosek}) = CF\_M > 0$

deklarowane przez użytkownika

# Sens modelu elementarnego rozwiniętego relacyjnego niepewnego:

```
model_r(Nr_Modelu,  
        "Start", "Wniosek",  
        "<,<=",  
        ["Ogr_d", "X", "Ogr_g"]  
        Semafor_wyświetlania, "CF_M")
```

Jeżeli  $CF(\text{Start}) \geq 0$

i  $\text{not}(\text{Ogr\_d} < X \leq \text{Ogr\_g})$

to  $CF(\text{Wniosek}) = -1$

wyznaczone przez system

# Przykład uzupełniający:

```
model_r(Nr, "Start", "Duży zysk",  
        "<,<=", [ "Dolna granica dużego zysku",  
                  "Wielkość zysku",  
                  "Górna granica dużego zysku"],  
        Semafor, "CF_M")
```

Jeżeli  $\text{Wielkość zysku} = 1.1 *$   
Dolna granica dużego zysku,  
to  $\text{CF}(\text{Duży zysk}) = 0.1$

Jeżeli  $\text{Wielkość zysku} = 0.9 *$   
Górna granica dużego zysku,  
to  $\text{CF}(\text{Duży zysk}) = 0.9$

# Przykład uzupełniający:

`model_r(Nr, "Start", "Dobra propagacja Wi-Fi",  
" <, <=", ["0", "Odległość propagacji", "30 m"],  
Semafor, "CF_M")`

**Jeżeli Odległość propagacji = 1 m**

**to CF(Dobra propagacja Wi-Fi) = 0.9**

**Jeżeli Odległość propagacji = 29 m**

**to CF(Dobra propagacja Wi-Fi) = 0.1**



# **Model elementarny liniowy niepewny:**

```
model_liniiowy(Numer_Modelu,  
Warunek_startowy,  
Wynik,  
Lista_współczynników,  
Lista_Zmiennych,  
Semafor_wyświetlania, "1")
```

# **Model elementarny liniowy niepewny:**

**Wynik**

rzeczywista zmienna łańcuchowa

# Model elementarny liniowy niepewny:

Lista\_współczynników

["A\_1", "A\_2", ..., "A\_n"]

gdzie

"A\_i" rzeczywiste zmienne łańcuchowe

# Model elementarny liniowy niepewny:

Lista\_zmiennych

["X\_1", "X\_2", ..., "X\_n"]

gdzie

"X\_i" rzeczywiste zmienne łańcuchowe

**Sens modelu elementarnego liniowego  
niepewnego:**

```
model liniowy(Numer_Modelu,  
  "Start", "Wynik",  
  ["A_1", "A_2", "A_3"],  
  ["X_1", "X_2", "X_3"],  
  Semafor_wyświetlania, "1")
```

**jeżeli  $CF(\text{Start}) \geq 0$**

**to Wynik =**

$$\mathbf{A_1 * X_1 + A_2 * X_2 + A_3 * X_3}$$

**$CF(\text{Wynik})=1$**

# **Model elementarny wielomianowy niepewny:**

```
model_wielomianowy(Numer_Modelu,  
Warunek_startowy,  
Wynik,  
Wartość_zmiennej  
Lista_współczynników,  
Lista_Potęg,  
Semafor_wyświetlania, "1")
```

# **Model elementarny wielomianowy niepewny:**

**Wynik**

rzeczywista zmienna łańcuchowa

# **Model elementarny wielomianowy niepewny:**

## **Wartość\_Zmiennej**

rzeczywista zmienna łańcuchowa przedstawiająca nazwę lub wartość zmiennej rzeczywistej, dla której jest wyznaczana wartość wielomianu



# Model elementarny wielomianowy niepewny:

Lista\_współczynników

["A\_1", "A\_2", ..., "A\_n"]

gdzie:

"A\_i" rzeczywista zmienna łańcuchowa

# Model elementarny wielomianowy niepewny:

Lista\_potęg

[0,1,2,...,n]

Lista liczb całkowitych (niekoniecznie kolejnych)

n - dowolnie duże

# Sens modelu elementarnego wielomianowego niepewnego:

```
model_wielomianowy(Numer_Modelu,  
    "Start", "Wynik",  
    "3", ["A_0", "A_2", "A_5"],  
    [0,2,5], Semafor,"1")
```

Jeżeli  $CF(\text{Start}) \geq 0$

to Wynik =

$$A_0 * 3^0 + A_2 * 3^2 + A_5 * 3^5$$

$CF(\text{Wynik})=1$